

Probleme, deren Lösung unklar ist



Vervollständigen Sie die folgenden Reihen bis sie in einem Zyklus enden:

6, 3, 10, _____

11, 34, 17, _____

14, 7 _____

Collatz Problem

Es beginnt mit einer natürlichen Zahl n . Man berechnet:

$$T(n) = \frac{n}{2}, \quad \text{falls } n \text{ gerade}$$

$$T(n) = 3n + 1, \quad \text{falls } n \text{ ungerade.}$$

Dies wird mit der neu erhaltenen Zahl wiederholt.

Vermutung: Jede so konstruierte Zahlenfolge mündet in den Zyklus 4, 2, 1,...

Beispiel: 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1,...

Lothar Collatz

Das Collatz Problem geht auf den deutschen Mathematiker Lothar Collatz zurück und ist ein bis heute ungelöstes mathematisches Problem. Das Problem ist sehr einfach definiert, jedoch ist trotz großer Bemühungen bis heute keine Lösung bekannt. Schon häufiger dachten Mathematiker, sie könnten die Vermutung beweisen. Letztendlich stellten sich aber alle Beweise als falsch heraus. Mit Hilfe von Computern wurden alle Zahlen bis $20 \cdot 2^{58}$ (im Jahr 2011) getestet und alle bestätigten die Vermutung.



Implementiere ein Programm, das für eine gegebene natürliche Zahl n die Collatz Folge berechnet.

- schreibe ein *rekursives* Programm
- schreibe ein *iteratives* Programm
- teste verschiedene Eingaben
 - welches der beiden Programme kann größere Zahlen berechnen?
 - welches der beiden Programme ist schneller bei der Berechnung (wieso ist das so)?

In dem Collatz Graph sieht man sehr gut, dass es nicht notwendig ist, zu überprüfen, ob eine Zahl irgendwann im Zyklus 4,2,1, ... endet. Es genügt eine Zahl zu erreichen, für die man weiß, dass sie im Zyklus 4,2,1, ... endet. Dies kann beim Programmieren ausgenutzt werden, um Rechenzeit zu sparen.

- Füge mindestens 10 weitere Zahlen in den Collatz Graph ein. Nimm dabei mindestens 3 Zahlen, die nicht Vielfache der im Graph enthaltenen Zahlen sind.

Collatz Graph

Der Collatz-Graph ist ein gerichteter Graph, in dem jeder Knoten eine natürliche Zahl ist. Von jedem Knoten n führt eine Kante zu $T(n)$.

