

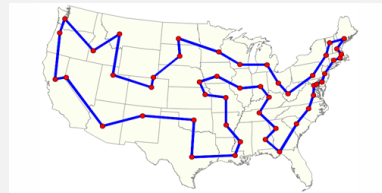
Probleme in NP und Approximationsverfahren

Definition Travelling Salesman Problem

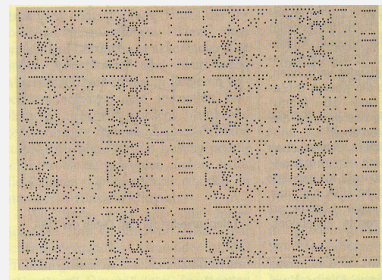
Ein *Handlungsreisender* soll n Städte nacheinander genau einmal *besuchen* und wieder zu seinem Ausgangspunkt zurückkehren. Gibt es einen *Rundweg*, der *höchstens* die Länge l_{max} hat?
Das *Travelling Salesman Problem* ist *NP-vollständig*.

Beispiele Travelling Salesman Problem

Die bekannteste Anwendung ist die des Handlungsreisenden.



Das Problem findet sich auch in der Industrie, beispielsweise beim Bohren von Leiterplatten, wieder.



Approximationsverfahren

Bei Vorliegen der *Dreiecksungleichung* gibt es Algorithmen, die wesentlich schneller einen Weg berechnen, der jedoch nicht optimal ist. Ein Beispiel ist die Nearest-Insertion Heuristik:

- Wähle einen *Knoten* mit der *geringsten Entfernung* zu einem *Knoten* der schon konstruierten *Teilroute*.
- Baue diesen *Knoten* in die vorhandene *Teilroute* ein, so dass die *geringste Verlängerung* der bisherigen *Teilroute* entsteht.
- Bei Vorliegen der *Dreiecksungleichung* kann die Länge der gefundenen *Rundreise* aber nicht schlechter als das *Doppelte der Länge* einer optimalen *Rundreise* sein. Die Laufzeit liegt in $O(n^2)$.

Problem 1

- Arbeiten Sie zu zweit. Nehmen Sie sich das Modell und planen Sie eine Route als Handlungsreisender. Sie spielen gegeneinander. Wer hat den kürzeren Pfad?
- Wie viele mögliche Rundreisen gibt es?
- Wenden Sie das Approximationsverfahren auf das Modell an.

Bin Packing Problem

Gegeben seien n Objekte der Größen s_1, \dots, s_n mit $0 < s_i \leq 1$, für $1 \leq i \leq n$. Gesucht ist die kleinstmögliche Anzahl von Kisten (Bins) der Größe 1, mit der alle Objekte verpackt werden können. Dieses Problem ist NP-vollständig

Bin Packing Problem

Der folgende Approximationsalgorithmus *First Fit Decreasing* löst das Bin Packing Problem schneller, wenn auch nicht optimal:

- Sortiere die Objekte zunächst nach abnehmender Größe.
- Verpacke die Objekte in absteigender Reihenfolge. Wähle dabei immer den ersten Behälter, in dem noch genug Platz ist.
- Sind alle Behälter voll, füge einen neuen hinzu.

Der obige Approximationsalgorithmus *First Fit Decreasing* löst das Problem asymptotisch mit Gütegarantie $\frac{11}{9}$. Die Laufzeit ist $O(n \cdot \log n)$.

Problem 2

- Wie viele Möglichkeiten gibt es 10 Objekte auf 1, 2 und 3 Kisten aufzuteilen?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es n Objekte auf m Kisten aufzuteilen?