

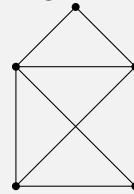
Probleme, die sehr ähnlich sind (Teil 1)

Definition Eulerkreis, Eulerweg

Ein *Eulerweg* durchläuft alle Kanten eines Graphen genau einmal, ein *Eulerkreis* kehrt außerdem zum Anfangsknoten zurück.



Kein Eulerkreis



Eulerkreis

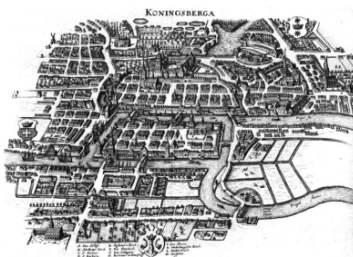
Satz Eulerkreis

In einem zusammenhängenden Graphen existiert genau dann ein Eulerkreis, wenn alle Knoten geraden Grad besitzen.

Satz Eulerweg

In einem zusammenhängenden Graphen existiert genau dann ein Eulerweg, wenn zwei Knoten ungeraden Grad haben.

Problem 1



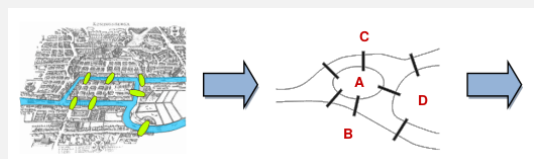
- Finden Sie einen Weg durch Königsberg, bei dem jede Brücke nur einmal überquert wird? Überführen Sie dazu das Schaubild rechts in einen Graphen.
- Entfernen Sie die Abdeckung.
- Finden Sie mit den beiden Sätzen heraus, ob es in Königsberg einen Eulerweg gibt oder nicht.

Leonard Euler

Der Mathematiker Leonard Euler wurde 1707 in Basel geboren. Er untersuchte 1736 eine Frage, die sich einige Menschen aus Königsberg stellten.

Gibt es einen Rundweg durch Königsberg, bei dem man jede Brücke genau einmal überquert?

Die wesentliche Abstraktionsleistung von Euler war das Übersetzen der Stadtkarte in einen Graph, wie in der folgenden Abbildung dargestellt.



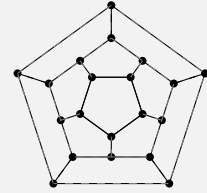
Probleme, die sehr ähnlich sind (Teil 2)

Definition Hamiltonkreis, Hamiltonweg

Ein *Hamiltonpfad* besucht alle Knoten eines Graphen genau einmal. Ein *Hamiltonkreis* kehrt außerdem zum Anfangsknoten zurück.



Kein Hamiltonkreis

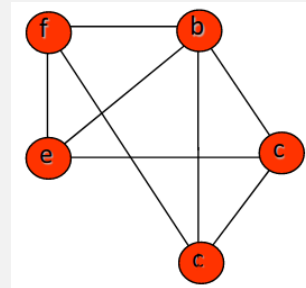


Hamiltonkreis ?

Namensgeber des Problems aus 1857 ist der irische Astronom und Mathematiker Sir William Rowan Hamilton. 1972 zeigte Richard Karp, dass dieses Problem NP-vollständig ist.

Wichtige Erkenntnisse

Jeder ungerichtete Graph G mit mindestens 3 Knoten und einem Minimalgrad von mindestens $\frac{n}{2}$ hat einen Hamiltonkreis (G. A. Dirac, 1952).



Problem 2

- Hat das Dodekaeder oben rechts einen Hamiltonkreis? Falls ja, zeichnen Sie ihn ein.
- Hat der Graph rechts einen Hamiltonkreis? Falls ja, zeichnen Sie ihn ein.
- Gegeben einen Graphen mit n Knoten, wie viele verschiedene Wege durch den Graphen gibt es?